1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Cálculo Diferencial e Integral — Avaliação P1
Prof. Adriano Barbosa

Engenharia de Computação 06/04/2022

Aluno(a):...

Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Calcule as derivadas abaixo:

   (a) $f'(x)$, onde $f(x) = 10^{\sqrt{x}}$.

   (b) $f''(x)$, onde $f(x) = \ln(x^2)$.

2. Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + 2x + 1}$ no ponto $(0, 1)$.

3. Seja $s(t) = t^3 - 3t^2 + 2t - 1$ a função que descreve o deslocamento de uma partícula em função do tempo.

   (a) Determine a velocidade instantânea da partícula em $t = 1$.

   (b) Determine a aceleração da partícula em função do tempo.

   (c) Determine o intervalo onde a aceleração é positiva.

4. Para quais valores de x no intervalo $[0, \pi]$ a tangente ao gráfico de $f(x) = \operatorname{sen}(x)\cos(x)$ é horizontal? [Use a identidade $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$ se achar necessário.]

5. Seja $f(x) = g(x + g(x))$.

   (a) Calcule f' em função de g e g'.

   (b) Se $g(0) = g'(0) = 0$, calcule $f'(0)$.

Boa Prova!

Solução P1

① a) $f(x) = 10^{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = 10^{\sqrt{x}} \cdot \ln 10 \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

b) $f(x) = \ln(x^2) \Rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{x^2} \cdot 2x = \dfrac{2}{x}$

$$\Rightarrow f''(x) = -\frac{2}{x^2}.$$

② Derivando:

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (x^2+2x+1) - 1 \cdot (2x+2)}{(x^2+2x+1)^2} = \frac{-2x-2}{(x^2+2x+1)^2}.$$

A inclinação da reta tangente a f em $(0,1)$ é

$m = f'(0) = -2.$

Assim, sua eq. é

$$y - 1 = -2(x-0) \Rightarrow y - 1 = -2x \Rightarrow y = -2x+1.$$

③ a) $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t + 2 \Rightarrow v(1) = -1$

b) $a(t) = v'(t) = 6t - 6 = 6(t-1)$

c) $a(t) > 0 \iff 6(t-1) > 0 \iff t-1 > 0 \iff t > 1.$

④ A tangente é horizontal quando $f'(x)=0$. Derivando:

$$f'(x) = \cos x \cdot \cos x + \operatorname{sen} x \cdot (-\operatorname{sen} x) = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x = \cos^2 x - (1-\cos^2 x)$$

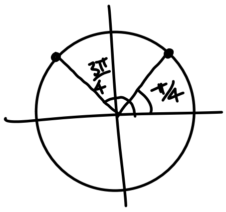
$$= 2\cos^2 x - 1$$

Assim,

$$f'(x) = 0 \iff 2\cos^2 x - 1 = 0 \iff \cos^2 x = \frac{1}{2} \iff |\cos x| = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\iff \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}, & \cos x \geq 0 \\ -\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}, & \cos x < 0 \end{cases} \overset{x\in[0,\pi]}{\iff} \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x = \frac{\pi}{4}, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{3\pi}{4}, & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases}.$$



Portanto, a tangente ao gráfico de f é horizontal em $[0,\pi]$ quando $x = \frac{\pi}{4}$ ou $x = \frac{3\pi}{4}$.

⑤ a) Pela regra da cadeia:

$$f'(x) = g'(x+g(x)) \cdot (1+g'(x))$$

b) $f'(0) = g'(0+g(0)) \cdot (1+g'(0)) = g'(0+0) \cdot (1+0) = 0$.