| | |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| Nota | |

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS**
**Cálculo Diferencial e Integral — Avaliação P1**
**Prof. Adriano Barbosa**

Física 06/04/2022

**Aluno(a):**.................................................................................................

**Todas as respostas devem ser justificadas.**

1. Calcule as derivadas abaixo:

   (a) $f'(x)$, onde $f(x) = e^{x^3+1}$.

   (b) $f''(x)$, onde $f(x) = x \ln x - x$.

2. Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = \dfrac{\cos x + 1}{\operatorname{sen} x}$ no ponto $\left(\dfrac{\pi}{2}, 1\right)$.

3. Seja $s(t) = t^2 - 2t + +1$ a função que descreve o deslocamento de uma partícula em função do tempo.

   (a) Determine a velocidade instantânea da partícula em $t = 2$.

   (b) Determine o intervalo onde a velocidade é positiva.

   (c) Determine a acelaração da partícula em função do tempo.

4. Para quais valores de $x$ a tangente ao gráfico de $f(x) = x^2 \ln x$ é horizontal?

5. Sejam $f(x) = [g(x^2)]^3$ e $g(4) = g'(4) = 1$, calcule $f'(2)$.

*Boa Prova!*

# Solução P1

① a) $f(x) = e^{x^3+1} \Rightarrow f'(x) = e^{x^3+1} \cdot 3x^2$

b) $f(x) = x\ln x - x \Rightarrow f'(x) = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} - 1 = \ln x$

$\Rightarrow f''(x) = \frac{1}{x}$.

② A inclinação da reta tangente ao gráfico de $f$ em $(\frac{\pi}{2}, 1)$ é dada por $f'(\frac{\pi}{2})$. Derivando:

$$f'(x) = \frac{-\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sen} x - (\cos x + 1)\cos x}{\operatorname{sen}^2 x} = \frac{-\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x - \cos x}{\operatorname{sen}^2 x}$$

$$= \frac{-1 - \cos x}{\operatorname{sen}^2 x}$$

$$\Rightarrow m = f'(\tfrac{\pi}{2}) = \frac{-1 - \cos(\frac{\pi}{2})}{\operatorname{sen}^2(\frac{\pi}{2})} = -1.$$

Logo, sua eq. é

$$y - 1 = -1\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow y - 1 = -x + \frac{\pi}{2} \Rightarrow y = -x + \frac{\pi}{2} + 1$$

③ a) $v(t) = s'(t) = 2t - 2 \Rightarrow v(2) = 2$.

b) $v(t) > 0 \Leftrightarrow 2t - 2 > 0 \Leftrightarrow t > 1$.

c) $a(t) = v'(t) = 2$.

④ Derivando:

$$f'(x) = 2x\ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2x\ln x + x = x(2\ln x + 1).$$

Como queremos os valores de $x$ onde a tangente é horizontal, temos que

$$f'(x) = 0 \iff x(2\ln x + 1) = 0$$

$\iff 2\ln x + 1 = 0$, pois $\ln x$ não está def. em $x=0$

$$\iff \ln x = -\frac{1}{2}$$

$$\iff x = e^{-1/2}$$

Portanto, a tangente ao gráfico de $f$ será horizontal quando $x = e^{-1/2} \approx 0{,}6065$

⑤ $f(x) = [g(x^2)]^3 \Rightarrow f'(x) = 3[g(x^2)]^2 \cdot g'(x^2) \cdot 2x$

$$\Rightarrow f'(2) = 3[g(4)]^2 \cdot g'(4) \cdot 4 = 12$$